

Instrucciones

Después de haber leído y estudiado la parte 3 de la asignatura, lea los problemas e intente resolverlos. Las soluciones se proporcionarán a **principio del mes de diciembre**. No emplee este documento para decidir qué partes del temario estudiar y cuáles no.

Problemas propuestos

1. La masa atómica del P^{32} es 31,973910 uma ¿Cuál es el valor del defecto de masa de este isótopo, en MeV/c^2 ?

Solución:

El defecto de masa (Δ), según la definición es

$$\Delta = M - A$$

donde M es la masa atómica y A es el número másico. En este caso

$$\Delta(P^{32}) = 31,973910 - 32 = -0,02609 \text{ uma} = -24,303 \text{ MeV}/c^2$$

donde se ha tenido en cuenta que una unidad de masa atómica (uma) es equivalente a $931,5 \text{ MeV}/c^2$.

2. La energía necesaria para disociar al C_6^{14} es 105,286 MeV
 - (a) ¿Cuál será la masa atómica del C^{14} ? ¿Y la energía de enlace por nucleón?
 - (b) Para el C^{12} ¿Cuál es su masa atómica? ¿Y su energía de enlace por nucleón?
 - (c) ¿Cuál es el más estable de los dos?

Razone todas las respuestas.

Datos adicionales: $m_n = 1,008665 \text{ uma}$; $m_H = 1,007825 \text{ uma}$

Solución:

- (a) Por definición, la energía necesaria para disociar al núcleo en sus constituyentes es la energía de enlace:

$$E_B(A, Z) = (Zm_H + (A - Z)m_n - M(X_Z^A))c^2$$

En este caso con los datos del enunciado,

$$105,286 = (6 \times 1,007825 + (14 - 6) \times 1,008665 - M(C_6^{14}))c^2$$

Despejando $M(C_6^{14})$

$$M(C_6^{14}) = 6 \times 1,007825 + (14 - 6) \times 1,008665 - \frac{105,286}{c^2}$$

Recordando que

$$1 \text{ MeV}/c^2 = \frac{1}{931,5} \text{ uma}$$

Se obtiene:

$$M(C_6^{14}) = 6 \times 1,007825 + (14 - 6) \times 1,008665 - \frac{105,286}{931,5} = \boxed{14.003241 \text{ uma}}$$

La energía de enlace por nucleón será:

$$\overline{E_B} = \frac{E_B}{A} = \frac{105,286}{14} = \boxed{7,520 \text{ MeV}}$$

- (b) Por definición la masa atómica del C^{12} es $\boxed{12 \text{ uma}}$. Para calcular la energía de enlace

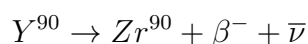
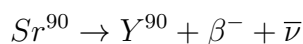
$$\begin{aligned} E_B(C_6^{12}) &= (6 \times 1,007825 + 6 \times 1,008665 - 12)c^2 = \\ &= 0,09894 \times 931,5 = 92,163 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Y la energía de enlace por nucleón será:

$$\overline{E_B} = \frac{92,163}{12} = \boxed{7,680 \text{ MeV}}$$

- (c) El más estable será el que tenga la energía de enlace por nucleón mayor, en este caso el C^{12}

3. Considere las desintegraciones



caracterizadas por: $T_{1/2}(Sr^{90}) = 28,15$ años y $T_{1/2}(Y^{90}) = 2,67$ días. Establezca la relación entre el número de núcleos de ambos radionucleidos en condiciones de equilibrio secular.

Solución:

En el equilibrio secular las actividades de los dos procesos se igualan

$$A_1 = A_2$$

Denominamos 1 a la desintegración del Sr^{90} y 2 a la desintegración del Y^{90} . La relación de la actividad con el número de núcleos es

$$A = \lambda N$$

Por lo que en el equilibrio secular

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$$

$$\frac{\ln 2}{T_1} N_1 = \frac{\ln 2}{T_2} N_2$$

Se obtiene que

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Los periodos de semidesintegración tienen que estar en las mismas unidades

$$T_1 = 28,15 \text{ años} = 28,15 \times 365 \text{ días} = 10274,75 \text{ d}$$

Sustituyendo los datos

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{10274,75}{2,67} \cong 3848$$

4. El tritio, H^3 , es un isótopo radiactivo del hidrógeno con $T_{1/2} = 12,34$ años, que se produce naturalmente por la acción de los rayos cósmicos sobre gases atmosféricos. Un globo contiene 100 mg de una mezcla de H^1 y H^3 que tiene una actividad de 1 μCi .
- (a) ¿Qué relación de átomos de H^1 a átomos de H^3 habrá dentro del globo?
- (b) ¿Cuánto tiempo tendrá que transcurrir para que la actividad se reduzca a la mitad? ¿Y a la décima parte?

Solución:

- (a) La relación entre la actividad, A , y el número de núcleos, N , es:

$$A = \lambda N$$

Siendo λ la constante de desintegración radiactiva. Con los datos del enunciado:

$$\lambda_{H^3} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{12,34 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60} = 1,78 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

Se tiene que expresar la actividad en Bq:

$$A_{H^3} = 1\mu\text{Ci} = 10^{-6} \times 3,7 \times 10^{10} = 3,7 \times 10^4 \text{ Bq}$$

Por lo que el número de átomos de H^3 es:

$$N_{H^3} = \frac{A_{H^3}}{\lambda_{H^3}}$$

$$N_{H^3} = \frac{3,7 \times 10^{-4}}{1,78 \times 10^{-9}} = 2,08 \times 10^{13} \text{ átomos de } H^3$$

Se calcula ahora el número de átomos de H^1 en 100 mg (suponiendo que la masa debida a H^3 es despreciable)

$$N_{H^1} = \frac{N_a \times m}{m_{at}}$$

En donde N_a es el número de Avogadro, m la masa considerada expresada en gramos y m_{at} la masa atómica del H^1 (se aproxima por su número másico)
Sustituyendo valores:

$$N_{H^1} = \frac{6,022 \times 10^{23} \times 100 \times 10^{-3}}{1} = 6,022 \times 10^{22} \text{ átomos de } H^1$$

La relación de átomos de H^1 a átomos de H^3 será:

$$\frac{N_{H^1}}{N_{H^3}} = \frac{6,022 \times 10^{22}}{2,08 \times 10^5} \cong \boxed{3 \times 10^9}$$

- (b) Por definición, para que la actividad se reduzca a la mitad tendrá que transcurrir un tiempo igual al periodo de semidesintegración, en este caso 12,34 años. Para que se reduzca a la décima parte, se utiliza la expresión de la ley de desintegración radiactiva

$$A = A_o e^{-\lambda t}$$

Como A tiene que ser igual a $A_o/10$

$$\frac{A_o}{10} = A_o e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda t} = 10 \Rightarrow \lambda t = \ln 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{12,34} = 0,056 \text{ años}^{-1}$$

Sustituyendo en la expresión de t

$$t = \frac{\ln 10}{0,056} = \boxed{41 \text{ años}}$$

5. En un experimento se trabaja con Co^{60} ($T_{1/2} = 5,27$ años), pero la muestra está contaminada con Cs^{137} ($T_{1/2} = 30$ años). La actividad inicial de Co^{60} es 400 veces la actividad inicial de Cs^{137} ¿Cuánto tiempo transcurrirá desde el comienzo del experimento para que la actividad de Cs^{137} sea 0,02 veces la de Co^{60} ?

Solución:

Sea t el tiempo buscado; las actividades al cabo de ese tiempo serán:

$$A_{Co}(t) = A_{Co}(0)e^{-\lambda_{Co}t}$$

$$A_{Cs}(t) = A_{Cs}(0)e^{-\lambda_{Cs}t}$$

$$\lambda_{Co} = \frac{\ln 2}{5,27} = 0,131 \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda_{Cs} = \frac{\ln 2}{30} = 0,023 \text{ años}^{-1}$$

Del enunciado se tiene la siguiente condición:

$$A_{Co}(0) = 400A_{Cs}(0)$$

Y se tiene que calcular el t que cumpla:

$$A_{Cs}(t) = 0,02A_{Co}(t)$$

Por lo que se obtiene:

$$A_{Cs}(0)e^{-\lambda_{Cs}t} = 0,02A_{Co}(0)e^{-\lambda_{Co}t} = 0,02 \times 400A_{Cs}(0)e^{-\lambda_{Co}t}$$

$$A_{Cs}(0)e^{-\lambda_{Cs}t} = 8A_{Cs}(0)e^{-\lambda_{Co}t} \Rightarrow e^{-\lambda_{Cs}t} = 8e^{-\lambda_{Co}t}$$

$$e^{-(\lambda_{Cs}-\lambda_{Co})t} = 8 \Rightarrow t = \frac{\ln 8}{\lambda_{Co} - \lambda_{Cs}}$$

$$t = \frac{\ln 8}{0,131 - 0,023} = \boxed{19,25 \text{ años}}$$

6. La cantidad media de potasio que contiene un cuerpo humano es de 140 g. La abundancia isotópica del K^{40} es 0,0118 % y su $T_{1/2} = 1,28 \times 10^9$ años. Estime la actividad media debida al K^{40} en el cuerpo humano.

Solución:

La masa media de K^{40} en el cuerpo humano es:

$$m_{K^{40}} = 140 \times 0,0118 \times 10^{-2} = 0,01652 \text{ g}$$

La actividad de una sustancia radiactiva y el número de átomos que la componen se relacionan según:

$$A = \lambda N$$

El número de átomos de una masa m es,

$$N = \frac{N_a \times m}{m_{at}}$$

En este caso:

$$N_{K^{40}} = \frac{N_a \times m_{K^{40}}}{m_{at}} = \frac{6,022 \times 10^{23} \times 0,01652}{40} =$$

$$= 2,487 \times 10^{20} \text{ átomos de } K^{40}$$

Se tiene que calcular λ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1,28 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60} = 1,72 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

Por último, sustituyendo en la expresión de la actividad:

$$A = 1,72 \times 10^{-17} \times 2,487 \times 10^{20} = 4,270 \times 10^3 \text{ Bq} = \boxed{4,27 \text{ kBq}}$$

7. En el año 2012 unos investigadores afirmaron haber encontrado el Arca de Noé. Para avalar la antigüedad del descubrimiento argumentaron que como la relación entre el número de núcleos de C^{14} a los de C^{12} en la madera del Arca es igual a $9,4 \times 10^{-13}$, el Arca es por tanto del año 3500 a.C. Pero eso no es correcto. ¿Cuántos años tiene en realidad esa madera? ¿Cuál es el valor de $T_{1/2}$ del C^{14} que han usado para obtener ese valor erróneo?

Datos: $T_{1/2} = 5730$ años, $[N(C^{14}) / N(C^{12})]_{\text{equilibrio}} = 1,2 \times 10^{-12}$

Solución:

Como el C^{14} es radiactivo y el C^{12} es estable la relación entre el número de núcleos será:

$$\frac{N(C^{14})}{N(C^{12})} = \frac{N_o(C^{14})e^{-\lambda t}}{N_o(C^{12})} =$$

$$= \left[\frac{N_o(C^{14})}{N_o(C^{12})} \right] e^{-\lambda t} = 1,2 \times 10^{-12} e^{-\lambda t}$$

Por lo que, según el enunciado

$$9,4 \times 10^{-13} = 1,2 \times 10^{-12} e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{9,4 \times 10^{-13}}{1,2 \times 10^{-12}} = 0,78$$

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln 0,78$$

- Si se utiliza el valor correcto de $T_{1/2} = 5730$ años

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5730} = 1,2 \times 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

$$t = -\frac{1}{1,2 \times 10^{-4}} \ln 0,78 = \boxed{2054 \text{ años}}$$

Lo que indicaría que la antigüedad del arca es de 2054 años, no del año 3500 a.C. y no podría ser el Arca de Noé como aseguran los investigadores.

- Para calcular el periodo utilizado erróneamente para suponer que es del año 3500 a.C., primero calculamos el tiempo transcurrido desde esa fecha

$$t = 2012 + 3500 = 5512 \text{ años}$$

$$\lambda = -\frac{1}{t} \ln 0,78 = -\frac{1}{5512} \ln 0,78 = 4,5 \times 10^{-5} \text{ años}^{-1}$$

Por lo que el $T_{1/2}$ utilizado erróneamente será

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{4,5 \times 10^{-5}} = \boxed{15403 \text{ años}}$$

8. Una muestra radiactiva contiene una mezcla de S^{35} ($T_{1/2} = 87,44$ días) y P^{32} ($T_{1/2} = 14,28$ días). Inicialmente el 5 % de la actividad total se debía al S^{35} y el 95 % al P^{32} . ¿En qué momento las actividades de los 2 radionucleidos de la muestra se igualan?

Solución:

Inicialmente

$$\frac{A_o(P^{32})}{A_o(S^{35})} = \frac{95}{5} = 19$$

Al cabo de un tiempo t

$$A(P^{32}) = A_o(P^{32})e^{-\lambda_P t}$$

$$A(S^{35}) = A_o(S^{35})e^{-\lambda_S t}$$

Para que sean iguales

$$A_o(P^{32})e^{-\lambda_P t} = A_o(S^{35})e^{-\lambda_S t} \Rightarrow 19A_o(S^{35})e^{-\lambda_P t} = A_o(S^{35})e^{-\lambda_S t}$$

$$19e^{-\lambda_P t} = e^{-\lambda_S t} \Rightarrow 19 = e^{-(\lambda_S - \lambda_P)t} \Rightarrow t = \frac{\ln 19}{\lambda_P - \lambda_S}$$

$$\lambda_S = \frac{\ln 2}{87,44} = 7,9 \times 10^{-3} \text{ días}^{-1}$$

$$\lambda_P = \frac{\ln 2}{14,28} = 48,5 \times 10^{-3} \text{ días}^{-1}$$

Por lo que sustituyendo

$$t = \frac{\ln 19}{48,5 \times 10^{-3} - 7,9 \times 10^{-3}} = \boxed{72,5 \text{ días}}$$

9. En 3 rocas diferentes, la relación entre los núcleos de U^{238} y los núcleos de Pb^{206} es 0,5, 1,0 y 2,0 respectivamente. Calcule la edad de cada una de las rocas.

El periodo de semidesintegración del U^{238} es $T_{1/2} = 4,5 \times 10^9$ años.

Nota: El Pb^{209} es el isótopo final de la cadena de desintegración del U^{238} .

Solución:

El número de núcleos de U^{238} que hay en un momento determinado es

$$N_U(t) = N_U(0)e^{-\lambda_U t}$$

El Pb^{206} es el resultado de las desintegraciones del U^{238} , por lo que los núcleos de Pb^{206} que se hay en un momento dado es igual al número de núcleos de U^{238} que se han desintegrado, es decir los que había en el principio menos los que quedan

$$N_{Pb}(t) = N_U(0) - N_U(t) = N_U(0)(1 - e^{-\lambda_U t})$$

La relación de núcleos

$$\frac{N_U(t)}{N_{Pb}(t)} = \frac{N_U(0)e^{-\lambda_U t}}{N_U(0)(1 - e^{-\lambda_U t})} = \frac{1}{e^{\lambda_U t} - 1}$$

Se tiene que despejar t

$$e^{\lambda_U t} - 1 = \frac{1}{\frac{N_U(t)}{N_{Pb}(t)}} = \frac{N_{Pb}(t)}{N_U(t)}$$

$$t = \frac{1}{\lambda_U} \ln \left[1 + \frac{N_{Pb}(t)}{N_U(t)} \right]$$

Como siempre se calcula primero la λ correspondiente

$$\lambda_U = \frac{\ln 2}{4,5 \times 10^9} = 1,5 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

Aplicando la expresión de la t para caso del enunciado

$$\blacksquare \frac{N_U(t)}{N_{Pb}(t)} = 0,5$$

$$t = \frac{1}{1,5 \times 10^{-10}} \ln \left[1 + \frac{1}{0,5} \right] = \boxed{7,3 \times 10^9 \text{ años}}$$

$$\blacksquare \frac{N_U(t)}{N_{Pb}(t)} = 1$$

$$t = \frac{1}{1,5 \times 10^{-10}} \ln \left[1 + \frac{1}{1} \right] = \boxed{4,6 \times 10^9 \text{ años}}$$

$$\blacksquare \frac{N_U(t)}{N_{Pb}(t)} = 2$$

$$t = \frac{1}{1,5 \times 10^{-10}} \ln \left[1 + \frac{1}{2} \right] = \boxed{2,7 \times 10^9 \text{ años}}$$

10. El I^{125} , que es un isótopo usado en medicina nuclear, tiene una vida media $\tau = 86,6$ días. ¿Cuánto tardará una muestra de 4 MBq en decrecer a 0,1% de la actividad inicial?

Solución:

En este problema en el enunciado el dato que se da no es el $T_{1/2}$ (periodo de semidesintegración), sino que es la vida media, τ . Se debe tener cuidado al calcular la λ , que en este caso será:

$$\lambda = \frac{1}{\tau}$$

En el caso de este problema:

$$\lambda_I = \frac{1}{86,6} = 11,5 \times 10^{-3} \text{ días}^{-1}$$

Según el enunciado

$$A_o = 4 \text{ MBq} = 4 \times 10^6 \text{ Bq} \Rightarrow A = 0,1 \% A_o = 0,001 A_o$$

Como

$$A = A_o e^{-\lambda_I t} \Rightarrow 0,001 A_o = A_o e^{-\lambda_I t} \Rightarrow 0,001 = e^{-\lambda_I t}$$

$$t = -\frac{1}{\lambda_I} \ln 0,001 = -\frac{1}{11,5 \times 10^{-3}} \ln 0,001 \cong \boxed{601 \text{ días}}$$

11. La abundancia relativa del U^{235} al U^{238} era $1/2$ cuando la Tierra se formó y en la actualidad es $0,0072$. Con estos datos calcule la edad de la Tierra Datos: $T_{1/2}(U^{235}) = 7 \times 10^8$ años; $T_{1/2}(U^{238}) = 4,5 \times 10^9$ años

Solución:

De los datos del enunciado se sabe que:

$$\frac{N_{235}(0)}{N_{238}(0)} = 0,5$$

Siendo $N_{235}(0)$ la cantidad de núcleos de U^{235} que había cuando la tierra se formó y $N_{238}(0)$ los de U^{238} . En la actualidad:

$$\frac{N_{235}(t)}{N_{238}(t)} = 0,0072$$

Por lo que:

$$\frac{N_{235}(0)e^{-\lambda_{235}t}}{N_{238}(0)e^{-\lambda_{238}t}} = 0,5e^{-(\lambda_{235}-\lambda_{238})t}$$

$$t = -\frac{1}{\lambda_{235} - \lambda_{238}} \ln\left(\frac{0,0072}{0,5}\right)$$

Se calculan las λ 's

$$\lambda_{235} = \frac{\ln 2}{T_{235}} = \frac{\ln 2}{7 \times 10^8} = 9,9 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda_{238} = \frac{\ln 2}{T_{238}} = \frac{\ln 2}{4,5 \times 10^9} = 1,5 \times 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

Y por último sustituyendo en la expresión de t

$$t = -\frac{1}{9,9 \times 10^{-10} - 1,5 \times 10^{-10}} \ln\left(\frac{0,0072}{0,5}\right) = \boxed{5,05 \times 10^9 \text{ años}}$$

12. El Rn^{222} es un gas radiactivo que está en una pequeña proporción en el aire que respiramos. Su $T_{1/2} = 3,825$ días.

- ¿Qué porcentaje se desintegrará en 1 día?
- ¿Cuántos núcleos se desintegrarán al día, si inicialmente hay $1 \mu\text{g}$?
- ¿Qué cantidad será necesaria para que la actividad sea de 1 mCi ?

Solución:

- El número de núcleos que se desintegra $N_d(t)$ es igual al número de núcleos inicial $N_{222}(0)$ menos los que quedan $N_{222}(t)$

$$N_d(t) = N_{222}(0) - N_{222}(t) = N_{222}(0) - N_{222}(0)e^{-\lambda_{222}t} = N_{222}(0)(1 - e^{-\lambda_{222}t})$$

El porcentaje desintegrado en 1 día

$$\frac{N_{222}(0)(1 - e^{-\lambda_{222}t})}{N_{222}(0)} = 1 - e^{-\lambda_{222}t} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{3,825} \times 1} = 0,1657 \Rightarrow \boxed{16,57\%}$$

- Primero se tiene que calcular cuántos núcleos hay en $1 \mu\text{g}$

$$N_{222}(0) = \frac{m \times N_a}{m_{at}} = \frac{10^{-6} \times 6,022 \times 10^{23}}{222} = 2,71 \times 10^{15} \text{ núcleos iniciales de } \text{Rn}^{222}$$

En 1 día se han desintegrado:

$$N_d(1) = 0,1657 \times N_{222}(0) = 0,1657 \times 2,71 \times 10^{15} = \boxed{4,5 \times 10^{14} \text{ núcleos}}$$

- Primero se calcula cuántos núcleos hay en 1 mCi

$$1 \text{ mCi} = 10^{-3} \times 3,7 \times 10^{10} = 3,7 \times 10^7 \text{ Bq}$$

$$A = \lambda N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda} = \frac{A \times T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{3,7 \times 10^7 \times 3,825 \times 24 \times 60 \times 60}{\ln 2} = \boxed{1,76 \times 10^{13} \text{ núcleos}}$$

Y en masa será:

$$m = \frac{N \times m_{at}}{N_a} = \frac{1,76 \times 10^{13} \times 222}{6,022 \times 10^{23}} = \boxed{6,5 \times 10^{-9} \text{ g}}$$

13. En una reacción nuclear, con un proyectil y un blanco (1 y 2) y dos nucleidos producto (3 y 4), donde A_i son los números másicos, y Z_i los números atómicos ($i = 1, 2, 3, 4$), expresar:
- cómo se traduce la ley de conservación de la carga en término de los números A_i y Z_i .
 - cómo se traduce la ley de conservación del número de nucleones en término de los números A_i y Z_i .

Solución:

- (a) Los protones son los responsables de la carga eléctrica del núcleo, y su número viene determinado por el *número atómico*, Z . Por tanto, la ley de conservación de la carga se expresa como:

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$$

- (b) El número de nucleones está representado por el *número másico*, A . Por tanto, la ley de conservación del número de nucleones se expresa por:

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4$$

14. Un tubo de rayos X está trabajando con un voltaje de 80 kV ¿Cuál es la longitud de onda de los fotones que emite con máxima energía?

Solución:

Al ser el voltaje aplicado al tubo de 80 kV, los fotones emitidos con máxima energía tendrán 80 keV. La relación entre la longitud de onda (λ) y la energía es

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Tomando $h = 4,15 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ y $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,15 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \times 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}}{80 \cdot 10^3 \text{ eV}} = 1,56 \cdot 10^{-9} \text{ cm} = 0,156 \text{ \AA}$$

Esta longitud de onda corresponde a la zona del espectro de Radiación Electromagnética de los rayos X.

15. El radionucleido Na^{24} se utiliza frecuentemente en medicina como radiotrazador. Emite partículas β^- con una energía cinética máxima de 1,39 MeV. Se desea calcular el alcance de las partículas beta en tejido animal. Compárelo con el alcance de una partícula α de la misma energía, también en tejido animal, que es de $9 \times 10^{-4} \text{ cm}$. La densidad de casi todos los tejidos animales es aproximadamente igual a 1 g/cm^3 .

Solución:

Según la fórmula empírica de Feather, para $T_{max} = 1,39$ MeV:

$$R_{m\beta} = 0,542 \times T_{max} - 0,106$$

siendo $R_{m\beta}$ el alcance másico en g/cm². Sustituyendo el dato de energía cinética del enunciado:

$$R_{m\beta} = 0,542 \times 1,39 - 0,106 = 0,647 \text{ g/cm}^2$$

La relación entre el alcance lineal, R_β y el másico es:

$$R_{beta} = \frac{R_{m\beta}}{\rho} = \frac{0,647}{1} = 0,647 \text{ cm}$$

Y por último, al compararlo con el alcance para partículas alfa de la misma energía en tejido animal:

$$\frac{R_\beta}{R_\alpha} = \frac{0,647}{9 \times 10^{-4}} = 718 \Rightarrow \boxed{R_\beta \simeq 720 R_\alpha}$$

16. Un haz de rayos X produce 4 uec de carga en 0,08 g de aire ¿Cuál será la exposición (X) en mR y en las unidades del sistema internacional?

Solución:

Según la definición de Röentgen (R), equivale a liberar 1 uec (unidad electrostática de carga) en 1 cm³ aire. Como 1 cm³ de aire, en condiciones normales de presión y temperatura contiene 0,001293 g,

$$1 \text{ R} = \frac{1 \text{ uec}}{0,001293 \text{ g}} = 773,4 \text{ uec/g}$$

Con los datos del enunciado

$$X = \frac{4 \text{ uec}}{0,08 \text{ g}} = 50 \text{ uec/g} = \frac{50}{773,4} \text{ R} = 0,0646 \text{ R} = 64,6 \text{ mR}$$

Para pasarlo a unidades del sistema internacional

$$1 \text{ uec} = 3,34 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$X = 50 \frac{3,34 \cdot 10^{-10} \text{ C}}{10^{-3} \text{ kg}} = 1,67 \cdot 10^{-5} \text{ C/kg}$$

17. Se tiene una tasa de dosis absorbida de 2 rad/h ¿A qué tasa de dosis equivalente en Sv/s corresponde? Para

- (a) Rayos gamma
- (b) Rayos beta
- (c) Rayos alfa

Solución:

Sabemos que

$$\dot{H} = Q \times \dot{D}$$

- (a) Para rayos gama $Q = 1$

$$\dot{H} = 2 \text{ rem/h}$$

$$1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem} \rightarrow 1 \text{ rem} = 10^{-2} \text{ Sv}$$

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$\dot{H} = 2 \times 10^{-2} \text{ Sv}/3600 \text{ s} = 5,5 \times 10^{-6} \text{ Sv/s} = \boxed{5,5 \mu\text{Sv/s}}$$

- (b) Para radiación beta, como está compuesta de electrones Q también es 1, por lo que el resultado es el mismo que en el caso anterior

$$\boxed{\dot{H} = 5,5 \mu\text{Sv/s}}$$

- (c) En el caso rayos alfa $Q = 20$, por lo que el resultado es

$$\dot{H} = 40 \text{ rem/h} = \boxed{0,11 \text{ mSv/s}}$$

18. Una dosis absorbida de 10 rad producida por neutrones de 80 keV

- (a) ¿A cuántos rem y Sv corresponde?
- (b) ¿Y una dosis de 4 Gy?

Solución:

$$H = Q \times D$$

Para neutrones de 80 keV $Q = 10$

- (a)

$$D = 10 \text{ rad}$$

$$H = 10 \times 10 \text{ rem} = 100 \text{ rem} = 1 \text{ Sv}$$

- (b)

$$D = 4 \text{ Gy}$$

$$H = 10 \times 4 \text{ Sv} = 40 \text{ Sv} = 4000 \text{ rem} = 4 \text{ krem}$$

19. Una fuente de $10 \mu\text{Ci}$ ¿Qué tasa de exposición producirá a una distancia de 3 m?
 $\Gamma = 12 \text{ R.cm}^2/\text{h.mCi}$

Solución:

$$A = 10 \mu\text{Ci}$$

$$d = 3 \text{ m}$$

$$\Gamma = 12 \text{ R.cm}^2/\text{h.mCi}$$

$$\dot{X} = ?$$

$$\dot{X} = \Gamma \frac{A}{d^2} = 12 \text{ R.cm}^2/\text{h.mCi} \frac{10 \times 10^{-3} \text{ mCi}}{(300 \text{ cm})^2} = 1,3 \times 10^{-6} \text{ R/h} = \boxed{1,3 \mu\text{R/h}}$$

20. El In^{111} es un radioisótopo usado en Medicina Nuclear, con un periodo de semidesintegración de 2,8 días. A un paciente se le inyecta un radiofármaco que contiene In^{111} , el periodo biológico del radiofármaco es de 46 h. Suponiendo que a un paciente se le inyectan $0,01 \mu\text{g}$ de In^{111}
- ¿Qué tiempo pasará hasta que la cantidad que tenga en el interior del organismo sea $0,001 \mu\text{g}$ de In^{111} ?
 - ¿Cuál es la actividad inicial inyectada?
 - ¿Qué actividad habrá en el organismo cuando quede $0,001 \mu\text{g}$?

Solución:

- (a) Cuando se inyecta un radiofármaco su desaparición del organismo tiene en cuenta el decaimiento físico ($T_{1/2}$) y la eliminación biológica (T_{bio}), por lo que la variación se realizará con un periodo denominado el periodo efectivo (T_{ef}), que tiene en cuenta los dos procesos.

$$\frac{1}{T_{ef}} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{T_{bio}}$$

Como $T_{1/2} = 2,8 \text{ días}$ y $T_{bio} = 46 \text{ h}$

$$\frac{1}{T_{ef}} = \frac{1}{2,8 \times 24} + \frac{1}{46} \Rightarrow T_{ef} = 27,3 \text{ h}$$

Aplicando la ley de desintegración y teniendo en cuenta dentro del organismo la variación se hace con el periodo efectivo, $\lambda_{ef} = \frac{\ln 2}{T_{ef}} = 0,025 \text{ h}^{-1}$

$$N = N_0 e^{-\lambda_{ef} t}$$

El dato que nos dan en el enunciado son las masas, pero el número de partículas es proporcional a la masa según

$$N = \frac{m \times N_A}{P_a t}$$

Sustituyendo

$$\frac{m \times N_A}{P_a t} = \frac{m_o \times N_A}{P_a t} e^{-\lambda_{ef} t} \Rightarrow m = m_o e^{-\lambda_{ef} t}$$

$$0,001 = 0,01 e^{-0,025 t} \Rightarrow \ln \frac{0,001}{0,01} = -0,025 t \Rightarrow \boxed{t = 92,1 \text{ h}}$$

(b) La actividad inicial inyectada no depende de la eliminación biológica y será

$$A_o = N_o \times \lambda$$

En este caso la λ sólo tiene en cuenta el proceso radiactivo,

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{2,8 \times 24 \times 60 \times 60} = 2,9 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

Y

$$N_o = \frac{0,01 \times 10^{-6} \times 6,022 \times 10^{23}}{111} = 5,42 \times 10^{13} \text{ núcleos iniciales}$$

$$A_o = 5,42 \times 10^{13} \times 2,9 \times 10^{-6} = \boxed{157 \times 10^6 \text{ Bq}}$$

(c) Dentro del organismo el decaimiento se realiza según el periodo efectivo.

$$\lambda_{ef} = 0,025 \text{ h}^{-1} = 7 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$N = \frac{0,001 \times 10^{-6} \times 6,022 \times 10^{23}}{111} = 5,42 \times 10^{12} \text{ núcleos finales}$$

$$A = N \times \lambda_{ef} = 7 \times 10^{-6} \times 5,42 \times 10^{12} = \boxed{38 \times 10^6 \text{ Bq}}$$